الموضوع: المعادلات التفاضلية

- المعادلة التفاضلية: هي علاقة (معادلة) تربط بين دالة متعلقة بمتغيرات مستقلة ومشتقات تلك الدالة لتلك المعادلات

- المعادلة التفاضلية العادية: هي معادلة تحتوي على معادلة y ولكن x وهذه المتغير الوحيد وصيغتها $F(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)})$

- المعادلة التفاضلية الجزئية: هي معادلة تفاضلية تحتوي على دالة تتعلق بأكثر من متغير مستقل بالنسبة للمتغيرات المستقلة

$$F\left(x_1, x_2, \dots, x_n; y(x_1, \dots, x_n); \frac{\partial y}{\partial x_1}, \frac{\partial y}{\partial x_2}, \frac{\partial^2 y}{\partial x_1^2}, \frac{\partial^2 y}{\partial x_1 \partial x_2}\right) = 0$$

- رتبة المعادلة: هي رتبة أعلى مشتق يدخل في المعادلة
- درجة المعادلة: هي درجة أعلى مشتق في المعادلة التفاضلية

$x^2y' + 5xy = y^2$ هي معادلة من الرتبة الأولى ودرجتها الأولى

$y''^2 + y'e^x = 0$ هي معادلة درجتها الثانية ورتبتها الثانية

$$x^2\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + y^2 \frac{\partial z}{\partial y} = 0$$

$F(x, y, y') = 0$ معادلة تفاضلية من المرتبة الأولى

$y' = f(x, y)$ نفسها لكن محلولة بالنسبة للمشتق

- حل المعادلة: هو دالة $y = f(x)$ قابلة للاشتقاق وتحقق المعادلة التفاضلية أي إذا عوضنا هذه الدالة هي وما لها إلى مشتقات بدقة
- الحل العام لمعادلة تفاضلية: تحقق المعادلة وتحوي على ثوابت اختيارية
- الحل الخاص: هو دالة تحقق المعادلة وينتج من الحل العام بإعطاء الثوابت قيم معينة
- الحل الشاذ: هو حل يحقق المعادلة ولا ينتج من الحل العام مهما أعطينا الثوابت من قيم

الموضوع

الحل الخاص للمعادلة هو منحني تكاملي والجمع الحل العام هو مجموعة من الحلول الخاصة متعلق بوسيط واحد هو الثابت

مثال: تحقق من أن الدالة $y = e^x - x$ هي حل للمعادلة التفاضلية
$$y' - y = x - 1$$

الحل:
$$y' = e^x - 1$$
$$e^x - 1 - e^x + x = x - 1$$
$$x - 1 = x - 1$$ وهذا الحل هو حل خاص

حل مسألة كوشي

هي حل المعادلة التفاضلية بصيغة الحل العام
$$y' = f(x, y)$$
وفق الشروط الابتدائية
$y = y_0$ عندما $x = x_0$
حيث أن كلاً من x_0, y_0 ثوابت معينة

مثال:
$$\begin{cases} y' - y = x - 1 \\ y|_{x=0} = 4 \end{cases}$$

$$y = ce^x - x$$
$$4 = ce^0 - 0$$
$$4 = c \cdot 1 \Rightarrow \boxed{c = 4}$$
نعوض c فإن $y = 4e^x - x$

مكاملة المعادلة: $y' = f(x, y)$
$$\frac{dy}{dx} = f(x, y) \Rightarrow dy = f(x, y) \cdot dx$$